

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 23.01.2018

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

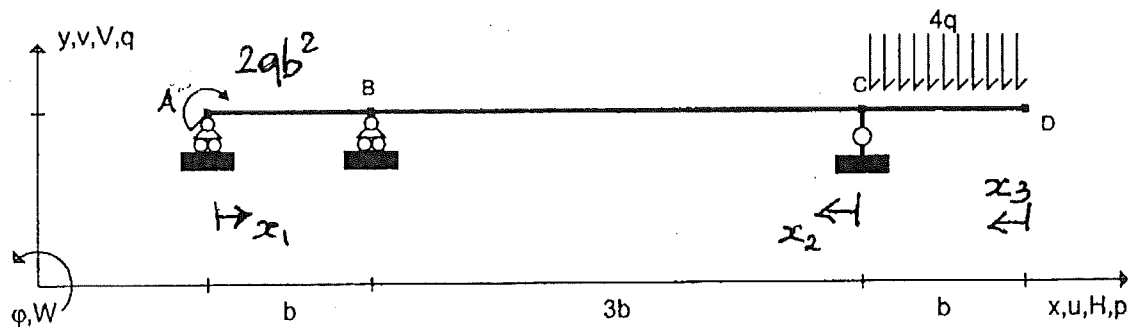
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D , v_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 23.01.18*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

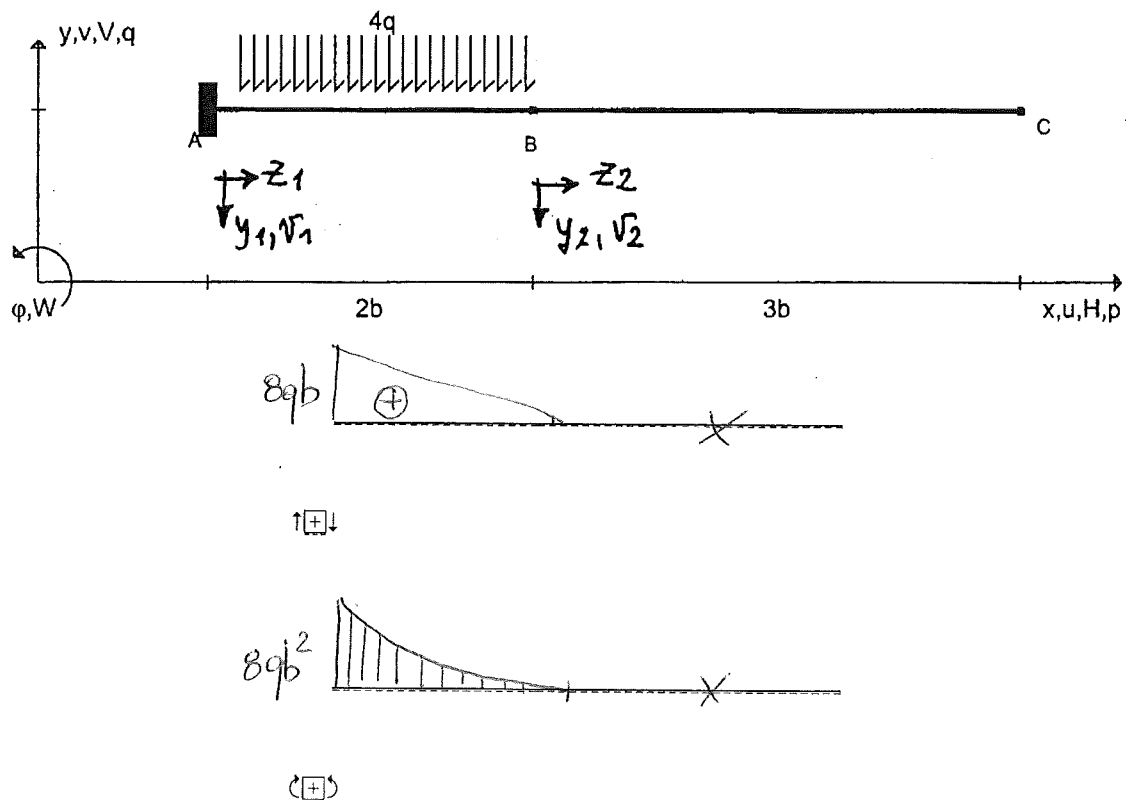
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v'_1(z_1) \cup v'_2(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *B*, v_B ;
4. La rotazione del punto *C*, θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 23.01.18*001



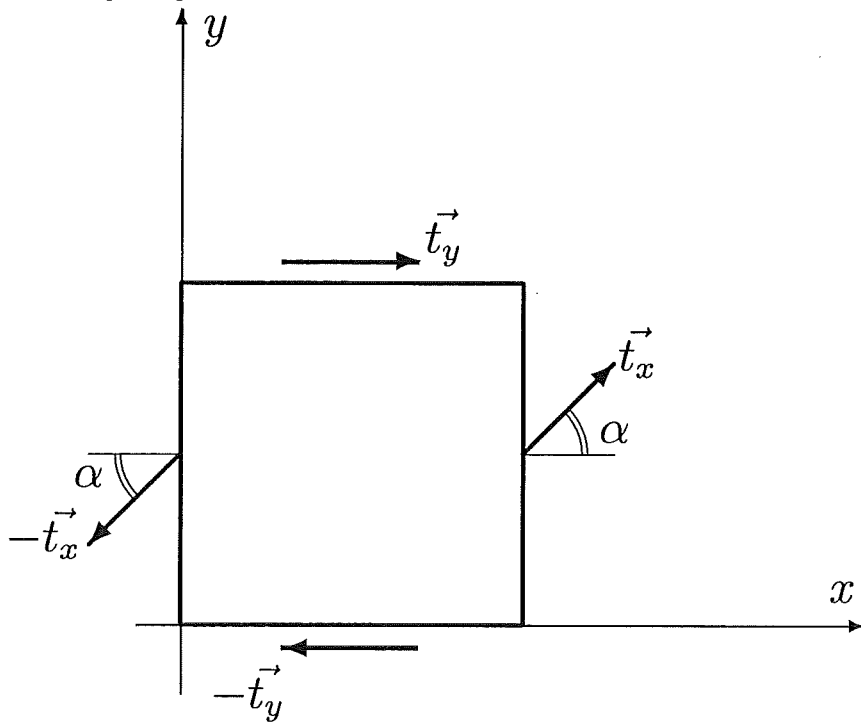
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= 8qb; & M_A (\curvearrowright) &= 8qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 8qb - 4qz_1; & M_{AB} &= -8qb^2 + 8qbz_1 - 2qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 \text{c.c in A} &= v_1|_{z_1=0} = 0; & v_1'|_{z_1=0} &= 0; & \text{c.c in B} &= \begin{cases} v_1|_{z_1=2b} = v_2|_{z_2=0} \\ v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in C} &= \text{---}; \\
 v_1(z_1) &= \frac{4qb^2z_1^2}{EI} - \frac{4qbz_1^3}{3EI} + \frac{1}{6} \frac{qz_1^4}{EI}; & v_1'(z_1) &= \frac{8qb^2z_1}{EI} - 4 \frac{qbz_1^2}{EI} + \frac{2}{3} \frac{qz_1^3}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{8qb^4}{EI} + \frac{16qb^3z_2}{3EI}; & v_2'(z_2) &= \frac{16qb^3}{3EI}; \\
 v_B &= \frac{8qb^4}{EI} \quad (\uparrow); & \theta_C &= \frac{16qb^3}{3EI} \quad (\curvearrowright);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 60^\circ$ (sicché $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$; $\cos \alpha = 1/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 70\sqrt{3}$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{max} .

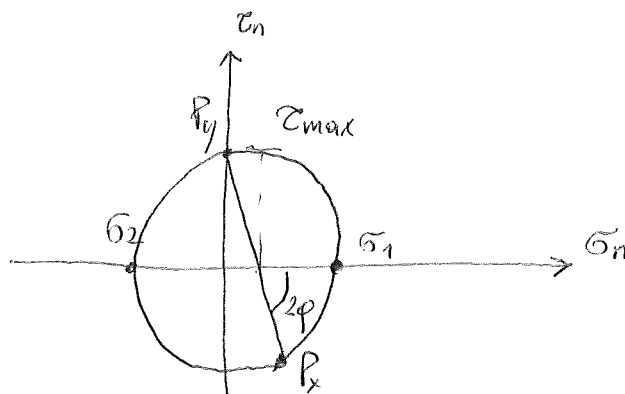
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 60.6218 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 105.0000 \dots \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 139.5984 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -78.9766 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{max} = 109.2875 \dots \text{ (MPa)};$$

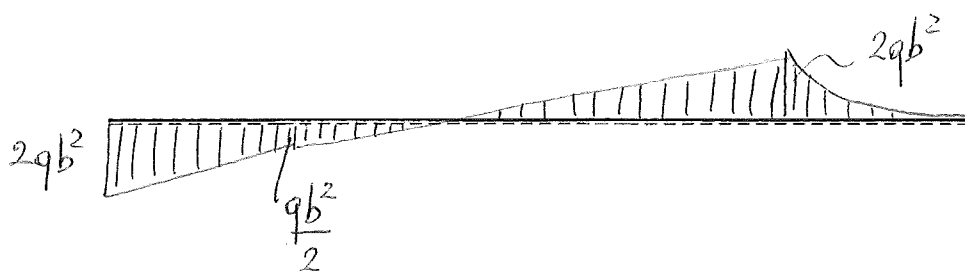
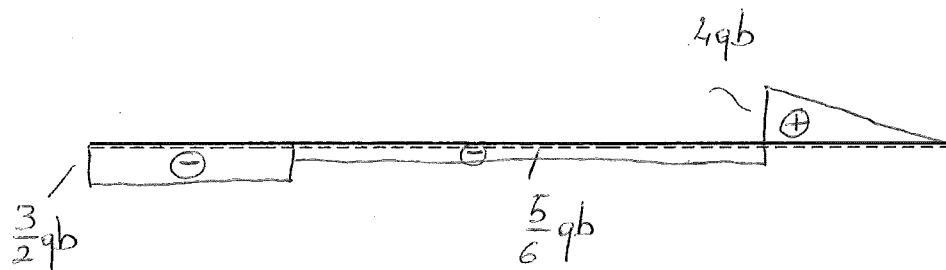
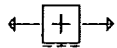
cerchio di Mohr:



$$P_x = (60.6218, 105.0000)$$

$$P_y = (0.0000, 105.0000)$$

$$\varphi = 36.9489 \dots \text{ (}^\circ\text{)};$$



$V_A (\uparrow) = -3/2 qb$	$V_B (\uparrow) = 2/3 qb$	$H_C (\Rightarrow) = 0$	$V_C (\uparrow) = 29/6 qb$	$M_B (\oplus) = 1/2 qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -3/2 qb$	$M_{AB} = 2qb^2 = \frac{3}{2} qbx_1$		
$N_{CB} = 0$	$T_{CB} = -5/6 qb$	$M_{CB} = \frac{5}{6} qbx_2 - 2qb^2$		
$N_{DC} = 0$	$T_{DC} = 4qx_3$	$M_{DC} = -2qx_3^2$		
$v_D = -\frac{9}{4} \frac{qb^4}{EI}$	(\downarrow)			

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 23.01.2018

Parte II - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

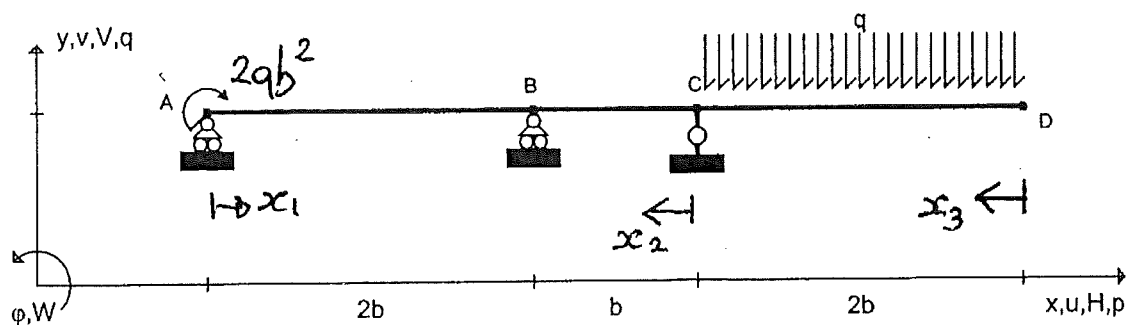
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D , v_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 23.01.18*002



Esercizio n. 2 (7 punti)

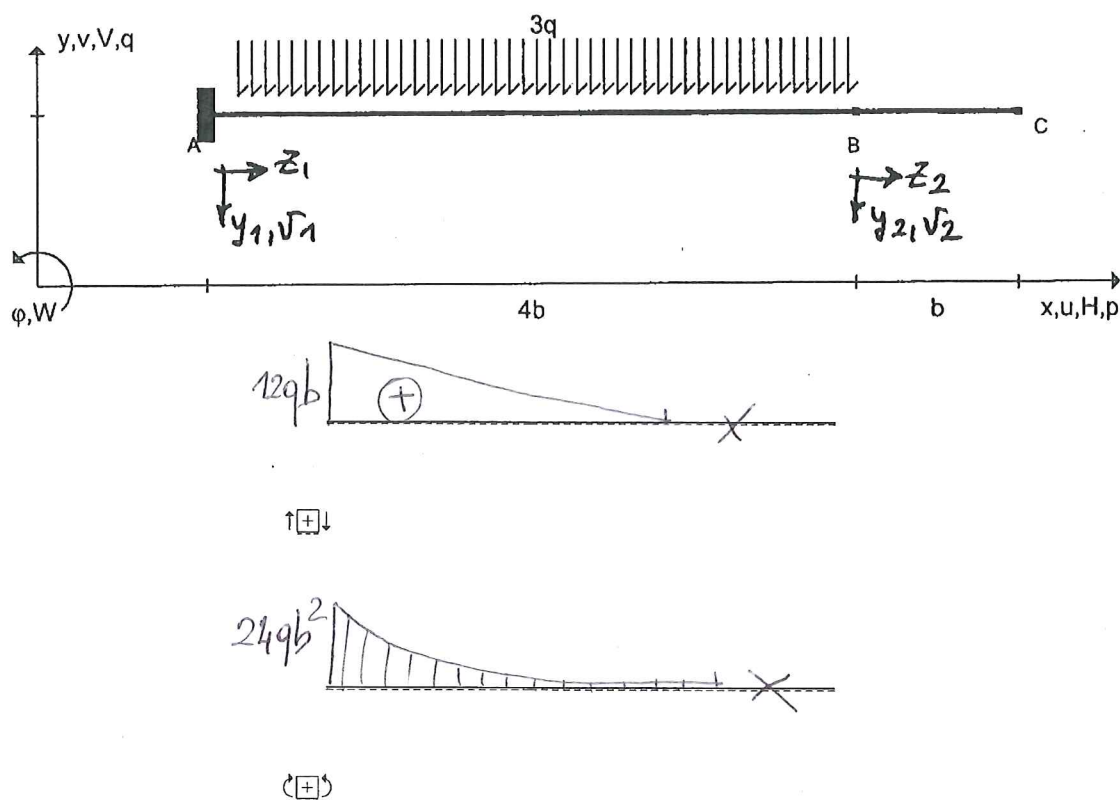
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v'_1(z_1) \cup v'_2(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *B*, v_B ;
4. La rotazione del punto *C*, θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 23.01.18*002



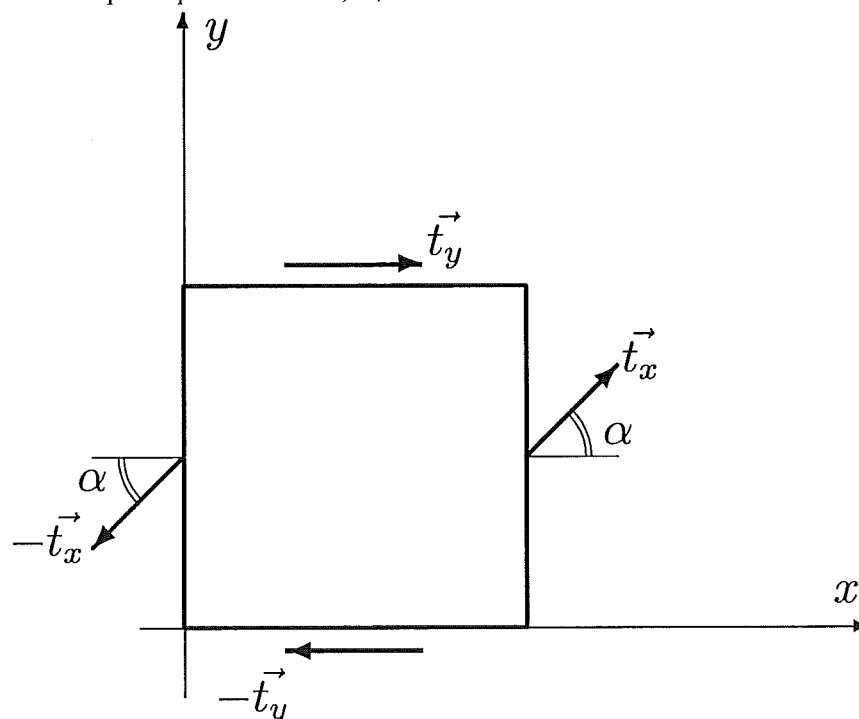
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= 12qb; & M_A (\curvearrowright) &= 24qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 12qb - 3qz_1; & M_{AB} &= -24qb^2 + 12qbz_1 - \frac{3}{2}qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= 0; \\
 \text{c.c in A} &= N_1(z_1=0)=0; & v_1'(z_1=0) &= 0; & \text{c.c in B} &= \begin{cases} v_1(z_1=4b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=4b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in C} &= \text{free end}; \\
 v_1(z_1) &= \frac{12qb^2z_1^2}{EI} - \frac{qbz_1^3}{EI} + \frac{1}{6}\frac{qz_1^4}{EI}; & v_1'(z_1) &= \frac{24qb^2z_1}{EI} - \frac{6qbz_1^2}{EI} + \frac{1}{2}\frac{qz_1^3}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{96qb^4}{EI} + \frac{32qb^3z_2}{EI}; & v_2'(z_2) &= \frac{32qb^3}{EI}; \\
 v_B &= \frac{96qb^4}{EI}; & \theta_C &= \frac{32qb^3}{EI} (\curvearrowleft);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 60^\circ$ (sicché $\sin \alpha = \sqrt{3}/2$; $\cos \alpha = 1/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 90\sqrt{3}$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

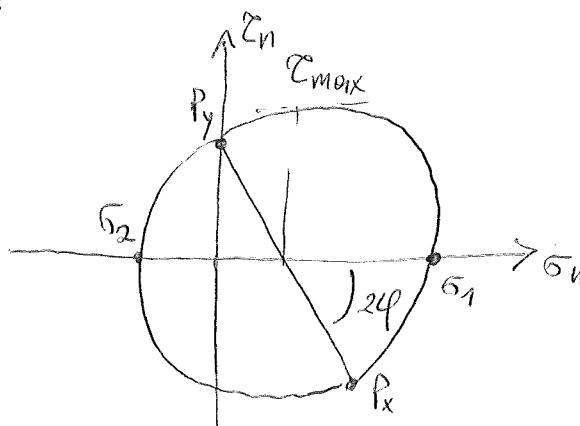
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 77.9423 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 135.0000 \dots \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 179.4836 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -101.5413 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 140.5125 \dots \text{ (MPa)};$$

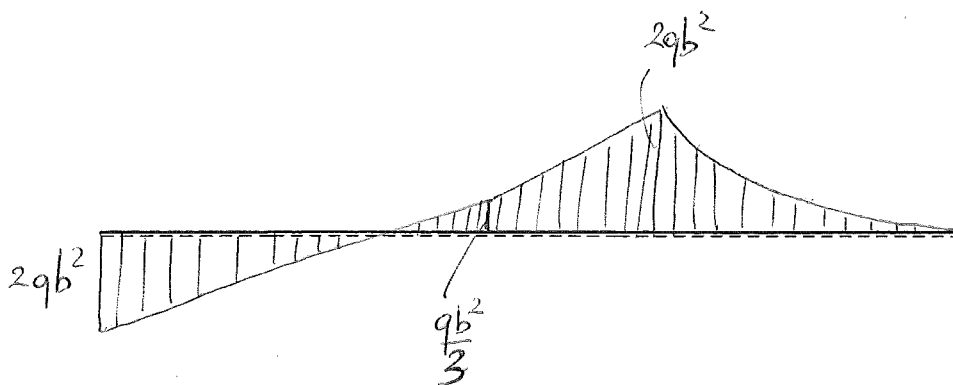
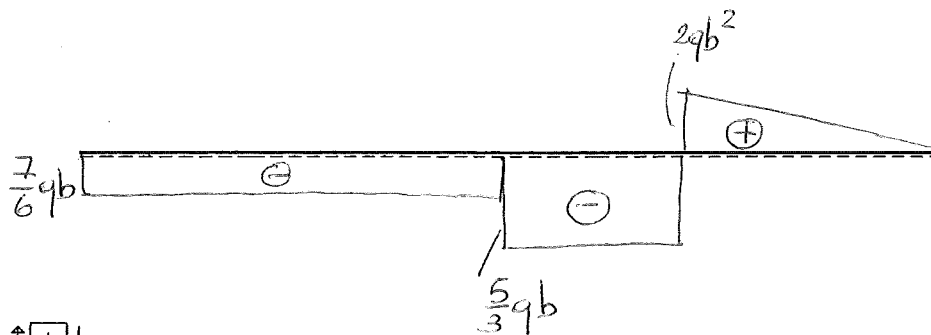
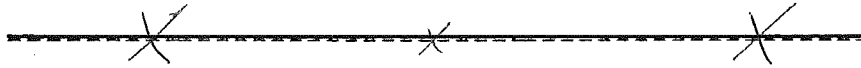
cerchio di Mohr:



$$P_x = (77.9423, -135.0000)$$

$$P_y = (0.0000, +135.0000)$$

$$\varphi = 36.9489 \dots (^{\circ});$$



$V_A (\uparrow) = -\frac{7}{6} qb$	$V_B (\uparrow) = -\frac{5}{3} qb$	$H_C (\Rightarrow) = 0$	$V_C (\uparrow) = \frac{11}{3} qb$	$M_B (\square \square \square) = -\frac{1}{3} qb^3$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -\frac{7}{6} qb$		$M_{AB} = \frac{2}{3} qb^2 - \frac{7}{6} qb x_1$	
$N_{CB} = 0$	$T_{CB} = -\frac{5}{3} qb$		$M_{CB} = -2qb^2 + \frac{5}{3} qb x_2$	
$N_{DC} = 0$	$T_{DC} = +qx_3$		$M_{DC} = -q \frac{x_3^2}{2}$	
$v_D = -\frac{31}{24} \frac{qb^4}{EI} (\downarrow)$				